

有限下向き水平面からのサブクール膜沸騰の解析 – 平板の端部境界条件に関する考察 –

豊田香¹・村上信太郎²

要旨：従来からの実験的研究では明らかにされていない有限下向き水平面からのサブクール膜沸騰における伝熱面端部での蒸気膜厚さ、蒸気速度、蒸気の質量流量および伝熱面平均のヌッセルト数の解析結果の信頼性と実用性を調査した。理論解析には蒸気膜とその外側の薄い液体層を境界層とみなす二相境界層理論および合理的に蒸気膜内と液体境界層内の蒸気と液体の速度プロファイルと温度プロファイルを設定し蒸気流れ方向に沿った蒸気膜厚さの変化を決定できる境界層積分法を適用した。伝熱面端部での気液界面の傾斜角を境界条件として与えた場合の解析結果は、端部での蒸気の流出条件の詳細な観察や蒸気速度の計測に関するこれまでの研究の有用な指標となる。

キーワード：膜沸騰、有限下向き水平面、蒸気膜厚さ、気液界面の傾斜角、二相境界層理論、境界層積分法

記号

c_p	定圧比熱, J/(kg·K)	x	伝熱面方向座標軸, m
g	重力加速度, m/s ²	\tilde{x}	無次元伝熱面方向座標軸, -
Gr	グラスホフ数, -	y	伝熱面垂直方向座標軸, m
h	局所熱伝達係数, W/(m ² ·K)	z	伝熱面垂直方向座標軸($\equiv y - \delta$), m
\bar{h}	平均熱伝達係数, W/(m ² ·K)	Z	標準化された無次元蒸気膜厚さ ($\equiv \tilde{\delta}/\delta_0$), -
K	密度比($\equiv \rho_L/\rho_v$), -	δ	蒸気膜厚さ, m
ℓ	蒸発潜熱, J/kg	$\tilde{\delta}$	無次元蒸気膜厚さ($\equiv \delta/L$), -
L	伝熱面半幅, m	δ_0	伝熱面中心の蒸気膜厚さ, m
\dot{m}	蒸気の質量流量, kg/(m·s)	$\tilde{\delta}_0$	伝熱面中心の無次元蒸気膜厚さ ($\equiv \delta_0/L$), -
n_1	係数(式(61)参照), -	δ_1	Type Aにおける伝熱面端部の蒸気膜厚さ (Fig.2参照), m
n_2	係数(式(61)参照), -	$\tilde{\delta}_1$	Type Aにおける伝熱面端部の無次元蒸気 膜厚さ(Fig.2参照), -
n_3	係数(式(61)参照), -	δ'_1	Type Bにおける伝熱面端部の蒸気膜厚さ (Fig.2参照), m
Nu	局所ヌッセルト数, -	$\tilde{\delta}'_1$	Type Bにおける伝熱面端部の無次元蒸気 膜厚さ(Fig.2参照), -
\overline{Nu}	平均ヌッセルト数, -	Δ	液体境界層厚さ, m
P	圧力, Pa	$\tilde{\Delta}$	無次元液体境界層厚さ($\equiv \Delta/L$), -
Pr	プラントル数, -	ΔT_{sat}	伝熱面過熱度($= T_w - T_{\text{sat}}$), K
R	密度-粘性比($\equiv \sqrt{\rho_v \mu_v / (\rho_L \mu_L)}$, -	$\Delta T_{\text{sat,min}}$	膜沸騰下限界点における伝熱面過熱度 ($= T_w - T_{\text{sat}}$), K
Sc	無次元サブクール度($\equiv (\lambda_L \Delta T_{\text{sub}}) / (\mu_L \ell)$), -	ΔT_{sub}	液体サブクール度, ($= T_{\text{sat}} - T_\infty$), K
Sp	無次元過熱度($\equiv (\lambda_v \Delta T_{\text{sat}}) / (\mu_v \ell)$), -	ζ	境界層の厚さの比($\equiv \Delta/\delta$), -
T	温度, K	λ	熱伝導率, W/(m·K)
T_{sat}	飽和温度, K	μ	粘性係数, Pa·s
T_w	伝熱面温度, K	ν	動粘性係数, m ² /s
T_∞	バルク液体温度, K		
u	x 方向速度, m/s		
u_{max}	x 方向最大速度, m/s		
v	y 方向速度, m/s		

1 舞鶴工業高等専門学校 機械工学科 教授

2 舞鶴工業高等専門学校 機械工学科 講師

ρ	密度, kg/m^3
ϕ	気液界面の傾斜角(Fig.2参照), °
ψ	標準化された蒸気膜厚さの相関関数 (式(61)参照), -

上付添字

-	平均値
~	無次元

下付添字

L	液体
v	蒸気
sat	飽和状態
sat,min	膜沸騰下限界
sub	サブクール状態
W	伝熱面
δ	気液界面
∞	バルク液体

1. はじめに

冷却材損失事故時の原子炉緊急冷却の初期段階における高温な原子炉容器の冷却、鋼の焼入れおよび

材料の製造過程など高温物体の冷却の初期段階では膜沸騰が起こる。そのため、三次元物体まわりの膜沸騰熱伝達特性を調査し予測することは重要な課題である。

一般に、三次元物体は下向きの底面、垂直もしくは傾斜した側面および上向きの上面の3つの面で構成されるため、著者らと長崎大学の研究グループはそれぞれの伝熱面からの熱伝達率を考慮する3面モデルを提案し、その3面モデルを適用して得た三次元物体まわりの膜沸騰熱伝達の予測と実験結果との比較を報告している¹⁾⁻³⁾。この3面モデルを精密化し、円錐台など側面が傾斜した三次元物体まわりの膜沸騰熱伝達の予測に適用するには、底面端部での蒸気の流出条件を側面下端部からの熱伝達率の評価に考慮する必要がある。また、蒸気膜崩壊機構解明という観点で見ると、三次元物体まわりの膜沸騰における蒸気膜崩壊は伝熱面の接続部である角で起こるため、接続部における蒸気速度、蒸気膜厚さおよび蒸気の質量流量の定量的な評価が必要不可欠である。

水平底面を有する有限長の垂直円柱まわりの膜沸騰に関する実験的研究から、底面下で生成された蒸気は中心から端部に向かって蒸気膜厚さを減少させながら流れ、端部で上向きに方向を変え、浮力によって垂直もしくは傾斜した側面に沿って流れるこ

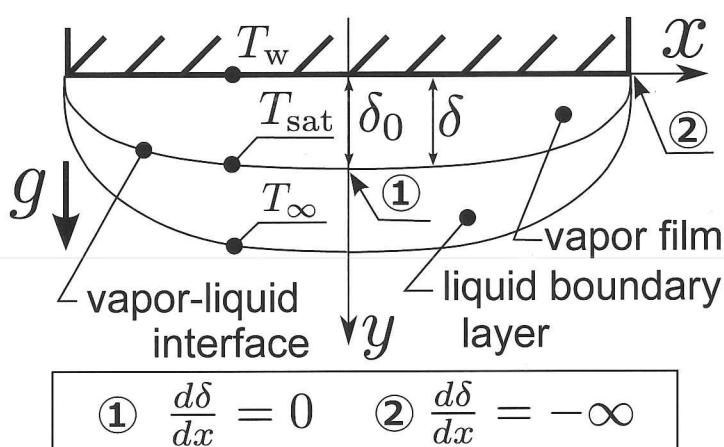


Fig. 1 Two-phase boundary layer condition in a model of pool film boiling from a finite-size horizontal downward-facing plate

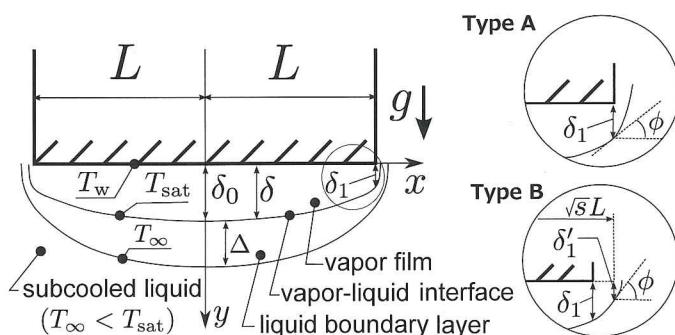


Fig. 2 Subcooled film boiling model

とが明らかにされている。底面からの熱伝達を評価するための、有限下向き水平面からのサブクール膜沸騰における理論的取扱においては、解析結果を得るためFig. 1に示す二点境界条件がしばしば与えられる。一方は伝熱面中心で蒸気膜が平坦である。このとき蒸気膜厚さは未定である。他方は伝熱面端部で気液界面の傾斜角が90°である。言い換えれば、蒸気の流れ方向における蒸気膜厚さの勾配が $-\infty$ となる。しかし、定式化された基礎方程式に関して、慣性項、対流項および放射の影響を無視する一般的で比較的に簡易な解法を適用し後者の境界条件を設定した場合、伝熱面端部での蒸気膜厚さが0となるため、伝熱面端部での蒸気速度が無限大となる不合理な結果を得る。

本研究では、沸騰の現象観察と伝熱量の計測を目的とした従来からの実験的研究では明らかにされていない伝熱面端部での蒸気の流出条件を明らかにするために、蒸気膜厚さ、蒸気速度、蒸気の質量流量および伝熱面平均のヌッセルト数に関する解析結果の信頼性と実用性を調査する。理論解析においては、蒸気膜とその外側の薄い液体層を境界層とみなす二相境界層理論を適用し、合理的に蒸気膜内と液体境界層内における蒸気と液体の速度プロファイルと温度プロファイルを設定し蒸気の流れ方向に沿った蒸気膜厚さの変化を決定できる境界層積分法を採用する。理論解析の計算においては、有限下向き水平面からの膜沸騰に関する従来の実験では伝熱面端部における気液界面の傾斜角は明らかにされていないので、この気液界面の傾斜角をパラメータとして0°から90°の範囲で変化させる。これらの結果は、伝熱面端部での蒸気速度の計測や流出条件の詳細な観察に関するこれからのおかの研究の有用な指標となる。

2. 解析

2.1 モデルの定式化

Fig. 2に物理モデルと座標軸を示す⁴⁾。一定温度 T_w に保たれた有限下向き水平面から静止したサブクール液体(温度 T_∞)への二次元定常膜沸騰を考える。Fig. 2に示すとおり、伝熱面は安定な蒸気膜で包まれている。理論解析に際して、次の仮定を設定する。1) 蒸気膜と液体境界層の二相境界層を設定する。液体境界層の速度境界層厚さと温度境界層厚さは等しいとする。2) 気液界面は滑らかであり、表面張力の効果を無視する。3) 境界層内の流れは、定常、層流および非圧縮とする。4) 物性値は一定とする。5) 放射伝熱の寄与は除外する。6) 伝熱面温度は一定である。これらの仮定から、蒸気膜と液体境界層に関する連続の式、運動量方程式およびエネルギー式が次のように定式化される。

$$\frac{\partial u_v}{\partial x} + \frac{\partial v_v}{\partial y} = 0 \quad (1)$$

$$\left\{ \rho_v \left(u_v \frac{\partial u_v}{\partial x} + v_v \frac{\partial u_v}{\partial y} \right) = -\frac{\partial P_v}{\partial x} + \mu_v \frac{\partial^2 u_v}{\partial y^2} \quad (2) \right.$$

$$\left. 0 = \rho_v g - \frac{\partial P_v}{\partial y} \quad (3) \right.$$

$$\rho_v c_{Pv} \left(u_v \frac{\partial T_v}{\partial x} + v_v \frac{\partial T_v}{\partial y} \right) = \lambda_v \frac{\partial^2 T_v}{\partial y^2} \quad (4)$$

$$\frac{\partial u_L}{\partial x} + \frac{\partial v_L}{\partial y} = 0 \quad (5)$$

$$\left\{ \rho_L \left(u_L \frac{\partial u_L}{\partial x} + v_L \frac{\partial u_L}{\partial y} \right) = -\frac{\partial P_L}{\partial x} + \mu_L \frac{\partial^2 u_L}{\partial y^2} \quad (6) \right.$$

$$\left. 0 = \rho_L g - \frac{\partial P_L}{\partial y} \quad (7) \right.$$

$$\rho_L c_{PL} \left(u_L \frac{\partial T_L}{\partial x} + v_L \frac{\partial T_L}{\partial y} \right) = \lambda_L \frac{\partial^2 T_L}{\partial y^2} \quad (8)$$

y 方向の境界条件を次のように設定する。

$y = 0$:

$$u_v = v_v = 0 \quad (9)$$

$$T_v = T_w = const. \quad (10)$$

$y = \delta$:

$$u_v = u_L = u_\delta \quad (11)$$

$$T_v = T_L = T_{sat} \quad (12)$$

$$P_v = P_L \quad (13)$$

$$\left. \mu_v \frac{\partial u_v}{\partial y} \right|_{y=\delta} = \left. \mu_L \frac{\partial u_L}{\partial y} \right|_{y=\delta} \quad (14)$$

$$\left. -\lambda_v \frac{\partial T_v}{\partial y} \right|_{y=\delta} = \left. \ell \rho_v \frac{d}{dx} \int_0^\delta u_v dy - \lambda_L \frac{\partial T_L}{\partial y} \right|_{y=\delta} \quad (15)$$

$y = \delta + \Delta$:

$$u_L = 0 \quad (16)$$

$$T_L = T_\infty \quad (17)$$

接続条件である式(13)に式(3)および式(7)を適用すると、式(2)および式(6)の右辺第1項の x 方向静圧勾配は次のようにになる。

$$-\frac{\partial P_v}{\partial x} \approx -\frac{\partial}{\partial x} \int_0^\delta (\rho_{L\infty} - \rho_v) g dy \quad (18)$$

$$-\frac{\partial P_L}{\partial x} \approx -\frac{\partial}{\partial x} \int_\delta^{\delta+\Delta} (\rho_{L\infty} - \rho_L) g dy \quad (19)$$

本解析では、物性値は一定であると仮定しているので、式(18)および式(19)は次のようになる。

$$-\frac{\partial P_v}{\partial x} \approx -(\rho_L - \rho_v) g \frac{d\delta}{dx} \quad (20)$$

$$-\frac{\partial P_L}{\partial x} \approx 0 \quad (21)$$

式(20)および式(21)をそれぞれ式(2)および式(6)に代入することで次式が得られる。

$$\rho_v \left(u_v \frac{\partial u_v}{\partial x} + v_v \frac{\partial u_v}{\partial y} \right) = -(\rho_L - \rho_v)g \frac{d\delta}{dx} + \mu_v \frac{\partial^2 u_v}{\partial y^2} \quad (22)$$

$$\rho_L \left(u_L \frac{\partial u_L}{\partial x} + v_L \frac{\partial u_L}{\partial y} \right) = \mu_L \frac{\partial^2 u_L}{\partial y^2} \quad (23)$$

2.2 境界層積分法による解法

基礎方程式に関し、厳密解を求めることは難しい。本解析の目的は伝熱面端部における気液界面の傾斜角が変化した場合の蒸気膜内の蒸気速度、液体境界層内の液体の速度および伝熱面平均のヌッセルト数を定量的に推定することであるから、境界層積分法を適用し近似解を求めるところにする。蒸気膜厚さと液体境界層厚さを決定するために、式(4)および式(8)の積分形を使用する。

$$\ell \rho_v \frac{d}{dx} \int_0^\delta u_v dy = -\lambda_v \frac{\partial T_v}{\partial y} \Big|_{y=\delta} + \lambda_L \frac{\partial T_L}{\partial z} \Big|_{z=0} \quad (24)$$

$$\rho_L c_{p_L} \frac{d}{dx} \int_0^\Delta u_L (T_L - T_\infty) dz = -\lambda_L \frac{\partial T_L}{\partial z} \Big|_{z=0} \quad (25)$$

ここで、 $z \equiv y - \delta$ である。式(24)は気液界面におけるエネルギーバランスを表す式(15)と同じである。式(25)の導出には $(\partial T_L / \partial z)|_{z=\Delta} = 0$ が考慮されている。

式(22)の慣性項を省略して積分し、式(9)および式(11)を適用すると蒸気膜内の蒸気の速度プロファイルが得られる。

$$u_v = \left\{ \frac{(\rho_L - \rho_v)g}{2\mu_v} \frac{d\delta}{dx} \right\} \delta^2 \left\{ \left(\frac{y}{\delta} \right)^2 - \frac{y}{\delta} \right\} + u_\delta \frac{y}{\delta} \quad (26)$$

式(4)から対流項を省略して積分し、式(10)および式(12)を適用すると蒸気膜内の蒸気の温度プロファイルが得られる。

$$T_v = T_w - \Delta T_{\text{sat}} \frac{y}{\delta} \quad (27)$$

同様に、式(23)および式(8)をそれぞれ慣性項および対流項を省略して積分し、関係する境界条件を適用すると液体境界層内の液体の速度プロファイルおよび温度プロファイルが得られる。

$$u_L = u_\delta \left(1 - \frac{z}{\Delta} \right) \quad (28)$$

$$T_L = T_{\text{sat}} - \Delta T_{\text{sub}} \frac{z}{\Delta} \quad (29)$$

式(26)および式(28)を式(14)へ代入することで気液界面の速度が得られる。

$$u_\delta = \frac{-(\rho_L - \rho_v)g}{2\mu_v} \left(\frac{\delta \Delta}{\zeta + \frac{\mu_L}{\mu_v}} \right) \frac{d\delta}{dx} \quad (30)$$

ここで $\zeta \equiv \Delta/\delta$ である。式(26)、式(27)および式(29)を式(24)へ、また式(28)および式(29)を式(25)へ代入し、無次元数 $\tilde{x} \equiv x/L$ 、 $\tilde{\delta} \equiv \delta/L$ 、 $\tilde{\Delta} \equiv \Delta/L$ および $\zeta \equiv \tilde{\Delta}/\tilde{\delta}$ を用いて整理すると微分方程式が次のように得られる。

$$\frac{d}{d\tilde{x}} \left(\frac{d\tilde{\delta}^4}{d\tilde{x}} \right) = -B_1 \frac{1}{\tilde{\delta}} \quad (31)$$

$$\frac{d}{d\tilde{x}} \left(\frac{d\tilde{\delta}^4}{d\tilde{x}} \right) = -B_2 \frac{1}{\tilde{\delta}} \quad (32)$$

$$B_1 = 48 \left(\frac{1 + KR^2 \zeta}{1 + 4KR^2 \zeta} \right) \left(\frac{Sp}{Gr} \right) \left(1 - \frac{Sc/Sp}{KR^2 \zeta} \right) \quad (33)$$

$$B_2 = 24 \left\{ \frac{1 + KR^2 \zeta}{(KR^2 \zeta)^3} \right\} \left(\frac{R^2}{Pr_L} \right) \left(\frac{1}{Gr} \right) \quad (34)$$

$$K \equiv \frac{\rho_L}{\rho_v} \quad (35)$$

$$R \equiv \sqrt{\frac{\rho_v \mu_v}{\rho_L \mu_L}} \quad (36)$$

$$Gr \equiv \frac{gL^3}{v_v^2} \left(\frac{\rho_L}{\rho_v} - 1 \right) \quad (37)$$

$$Sp \equiv \frac{\lambda_v \Delta T_{\text{sat}}}{\mu_v \ell} \quad (38)$$

$$Sc \equiv \frac{\lambda_L \Delta T_{\text{sub}}}{\mu_L \ell} \quad (39)$$

ここで ζ は \tilde{x} に依存しないと仮定している⁴⁾⁻⁶⁾。 B_1 および B_2 の関係から ζ は後に求められる。式(31)もしくは式(32)を解くために、飽和膜沸騰解析の場合⁷⁾⁻¹¹⁾を参考に x 方向の境界条件を次のように設定する。

$$\tilde{x} = 0 : \frac{d\tilde{\delta}}{d\tilde{x}} = 0 \quad (40)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \tilde{x} = \pm 1 : \tilde{\delta} = \tilde{\delta}_1, \frac{d\tilde{\delta}}{d\tilde{x}} = -\tan \phi \quad (\text{Type A}) \\ \tilde{x} = \pm \sqrt{s} : \tilde{\delta} = \tilde{\delta}'_1, \frac{d\tilde{\delta}}{d\tilde{x}} = -\tan \phi \quad (\text{Type B}) \end{array} \right. \quad (41)$$

ここで $\sqrt{s} = \sqrt{1.01}$ ¹¹⁾と設定する。円形の下向き水平面からの飽和膜沸騰解析に関し、西尾ら¹¹⁾は x 軸上の外挿点($x = \sqrt{s}L$)において、 $\delta = 0$ および $d\delta/dx = -\infty$ の境界条件を与え、実用的な理論解析結果を得ている。これらの結果から $\sqrt{s} = \sqrt{1.01}$ のとき、平均熱伝達係数に関して理論解析結果は実験結果とよく一致する。式(40)および式(41)もしくは式(42)を式(31)もしくは式(32)へ適用すると次式が得られる。

$$\tilde{x} = \sqrt{\frac{6}{B_1} \tilde{\delta}_0^5} \int_{\tilde{\delta}/\tilde{\delta}_0}^1 \frac{Z^3}{\sqrt{1 - Z^3}} dZ \quad (43)$$

ここで $Z \equiv \tilde{\delta}/\tilde{\delta}_0$ および $B_1 = B_1$ もしくは B_2 である。式(42)を式(43)に適用することで、伝熱面中心の無次元蒸気膜厚さが得られる。

$$\left\{ \begin{array}{l} \tilde{\delta}_0 = \left(\frac{B_i}{6} \right)^{1/5} \left(\int_{\tilde{\delta}_1/\tilde{\delta}_0}^1 \frac{Z^3}{\sqrt{1-Z^3}} dZ \right)^{-2/5} \quad (\text{Type A}) \\ \tilde{\delta}_0 = \left(\frac{sB_i}{6} \right)^{1/5} \left(\int_{\tilde{\delta}_1/\tilde{\delta}_0}^1 \frac{Z^3}{\sqrt{1-Z^3}} dZ \right)^{-2/5} \quad (\text{Type B}) \end{array} \right. \quad (44) \quad (45)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \tan \phi = \left(\frac{B_i}{6} \right)^{1/5} \frac{\left(\int_{\tilde{\delta}_1/\tilde{\delta}_0}^1 F(\xi) d\xi \right)^{3/5}}{F\left(\frac{\tilde{\delta}_1}{\tilde{\delta}_0}\right)} \quad (\text{Type A}) \end{array} \right. \quad (46)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \tan \phi = s^{-3/10} \left(\frac{B_i}{6} \right)^{1/5} \frac{\left(\int_{\tilde{\delta}_1/\tilde{\delta}_0}^1 F(\xi) d\xi \right)^{3/5}}{F\left(\frac{\tilde{\delta}_1}{\tilde{\delta}_0}\right)} \quad (\text{Type B}) \end{array} \right. \quad (47)$$

$$F(\xi) = \frac{\xi^3}{\sqrt{1-\xi^3}} \quad (48)$$

蒸気膜厚さの分布は、Type Aの場合、式(46)から $\tilde{\delta}_1/\tilde{\delta}_0$ を決定し、式(44)に代入することで得られる $\tilde{\delta}_0$ を式(43)に適用することで計算される。Type Bの場合、式(47)から $\tilde{\delta}_1/\tilde{\delta}_0$ を決定し、式(45)に代入することで得られる $\tilde{\delta}_0$ を式(43)に適用することで計算される。

蒸気膜厚さの分布が定まると、熱伝達特性が計算できる。局所ヌッセルト数は次のように定義される。

$$h \equiv \lambda_v \frac{1}{AT_{\text{sat}}} \left[-\frac{\partial T_v}{\partial y} \right] = \frac{\lambda_v}{\delta} \quad (49)$$

$$Nu \equiv \frac{hL}{\lambda_v} \quad (50)$$

平均ヌッセルト数は次のように定義される。

$$\bar{h} \equiv \frac{1}{L} \int_0^L h dx = \frac{\lambda_v}{L} \int_0^1 \frac{1}{\delta} d\tilde{x} \quad (51)$$

$$\overline{Nu} \equiv \frac{\bar{h}L}{\lambda_v} = \int_0^1 \frac{1}{\delta} d\tilde{x} \quad (52)$$

式(42)および式(43)を式(52)に適用すると次式が得られる。

$$\overline{Nu} = \left(\frac{1}{4} \right)^{1/5} \frac{\int_{\tilde{\delta}_1/\tilde{\delta}_0}^1 \frac{Z^2}{\sqrt{1-Z^3}} dZ}{\left(\int_{\tilde{\delta}_1/\tilde{\delta}_0}^1 \frac{Z^3}{\sqrt{1-Z^3}} dZ \right)^{3/5}} \left\{ \frac{(KR^2\zeta)^3}{1+KR^2\zeta} \frac{GrPr_L}{R^2} \right\}^{1/5} \quad (53)$$

ζ は式(31)と式(32)が同一である条件 $B_1 = B_2$ から次のように評価される。

$$\zeta = \frac{\beta J}{KR^2} \quad (54)$$

$$\beta = \left(\frac{R^2}{2SpPr_L} \right)^{1/3} \quad (55)$$

$$J = \left(F_1 + \sqrt{F_2} \right)^{1/3} \left(F_1 - \sqrt{F_2} \right)^{1/3} + \frac{1}{3\beta} \left(\frac{Sc}{Sp} \right) \quad (56)$$

$$F_1 = \frac{1}{2} + \frac{2}{3} \left(\frac{Sc}{Sp} \right) + \left\{ \frac{1}{3\beta} \left(\frac{Sc}{Sp} \right) \right\}^3 \quad (57)$$

$$F_2 = \frac{1}{4} - \left(\frac{4}{3} \beta \right)^3 + \frac{2}{3} \left(\frac{Sc}{Sp} \right) + \frac{1}{3} \left\{ \frac{2}{3} \left(\frac{Sc}{Sp} \right) \right\}^2 + \left\{ \frac{1}{3\beta} \left(\frac{Sc}{Sp} \right) \right\}^3 \quad (58)$$

式(54)を式(53)へ代入することで次式が得られる。

$$\overline{Nu} = \left(\frac{1}{2} \right)^{3/5} \frac{\int_{\tilde{\delta}_1/\tilde{\delta}_0}^1 \frac{Z^2}{\sqrt{1-Z^3}} dZ}{\left(\int_{\tilde{\delta}_1/\tilde{\delta}_0}^1 \frac{Z^3}{\sqrt{1-Z^3}} dZ \right)^{3/5}} \left(\frac{J^3}{1+\beta J} \right)^{1/5} \left(\frac{Gr}{Sp} \right)^{1/5} \quad (59)$$

式(59)に含まれる積分は、 ϕ が与えられた場合に式(46)もしくは式(47)から得られる $\tilde{\delta}_1/\tilde{\delta}_0$ の値を用いて数値計算から求められる。

単位幅あたりの蒸気の質量流量を次式で定義する。

$$\dot{m} \equiv \int_0^{\tilde{\delta}} \rho_v u_v dy = -\frac{\rho_v (\rho_L - \rho_v) g}{12\mu_v} L^3 \tilde{\delta}^3 \frac{d\tilde{\delta}}{d\tilde{x}} \left(\frac{1+4KR^2\zeta}{1+KR^2\zeta} \right) \quad (60)$$

3. 結果及び考察

3.1 無次元蒸気膜厚さの分布

Fig. 3に無次元蒸気膜厚さの分布の例を示す。図中には式(41)および式(42)で示した2つの境界条件Type AおよびType Bにおける結果が示されている。Fig. 2に示すように、Type Aは伝熱面端部での気液界面の傾斜角を考慮した境界条件であり、Type Bは伝熱面端部の外側に位置するx軸上の外挿点での気液界面の傾斜角を考慮した境界条件である。式(42)に示すように、伝熱面中心から外挿点までの距離は $\sqrt{1.01}L$ と設定している。図中の○および△はそれぞれ伝熱面端部におけるType AおよびType Bの無次元蒸気膜厚さを示している。液体がサブクールされた場合もしくは傾斜角が90°より小さい場合でも、無次元蒸気膜厚さは \tilde{x} が1.0に近づくほど減少することがわかる。この減少する傾向は実験結果²⁾と定性的に一致している。Type AおよびType Bの2つの境界条件から得られる無次元蒸気膜厚さは、伝熱面端部の蒸気膜厚さを除いて一致している。また、伝熱面端部における無次元蒸気膜厚さを比較すると、Type Aの無次元蒸気膜厚さはType Bのそれと比べて薄いことがわかる。Type Aにおいて気液界面の傾斜角が90°のとき、伝熱面端部における無次元蒸気膜厚さは0となる。すなわち、伝熱面端部において蒸気速度は無限大となる。

Type Aにおいて気液界面の傾斜角が90°のときは、無次元蒸気膜厚さが0となる不合理な結果が得られるが、Type Bにおいて気液界面の傾斜角が10°から90°の範囲にあるときは、合理的な解析結果が得られる。

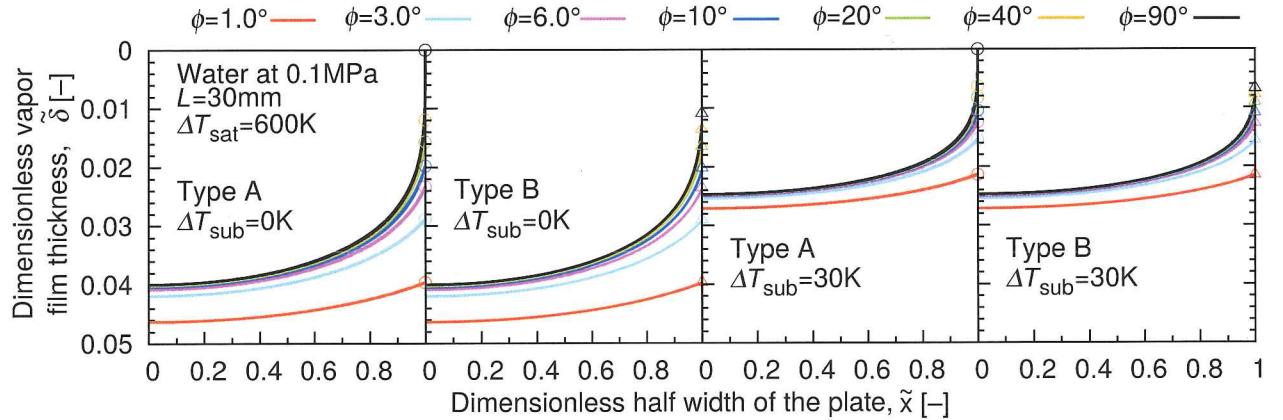


Fig. 3 Dimensionless vapor film thickness distributions

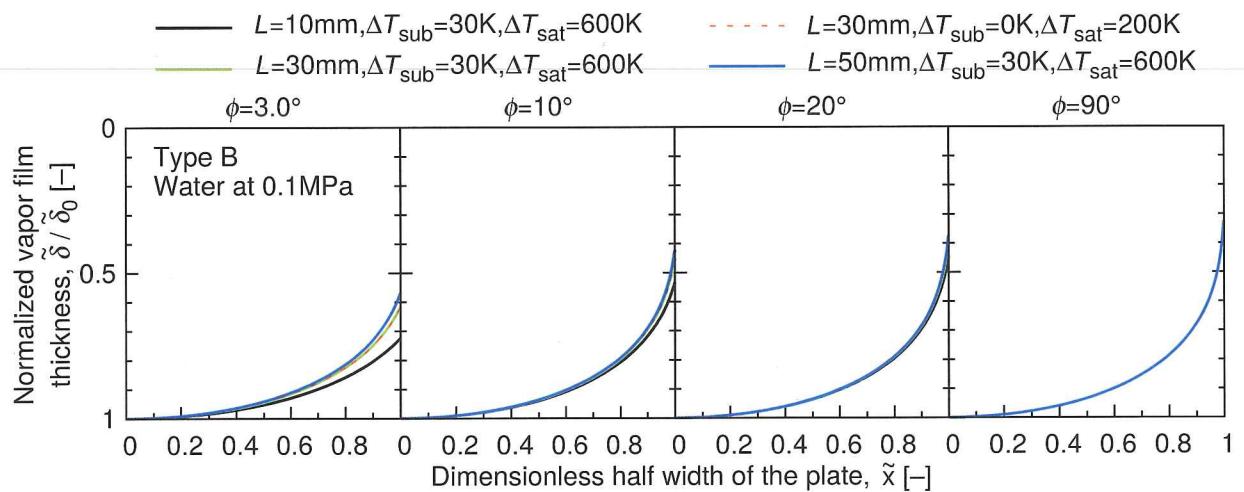


Fig. 4 Normalized vapor film thickness distributions

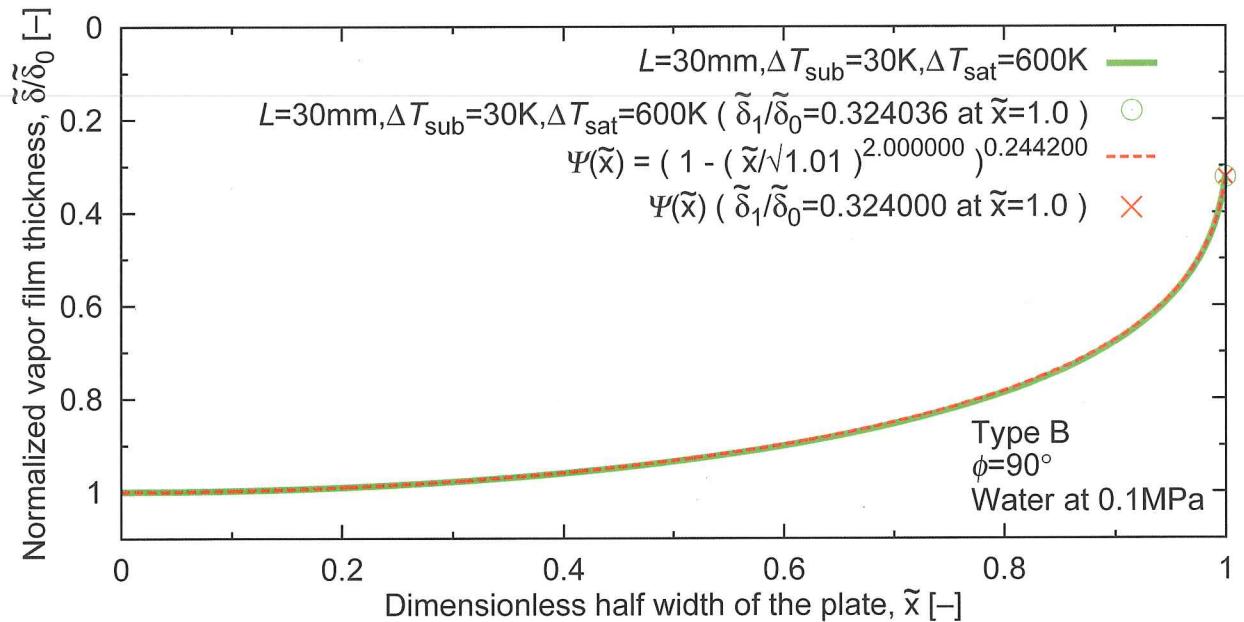


Fig. 5 Correlation of normalized vapor film thickness distribution

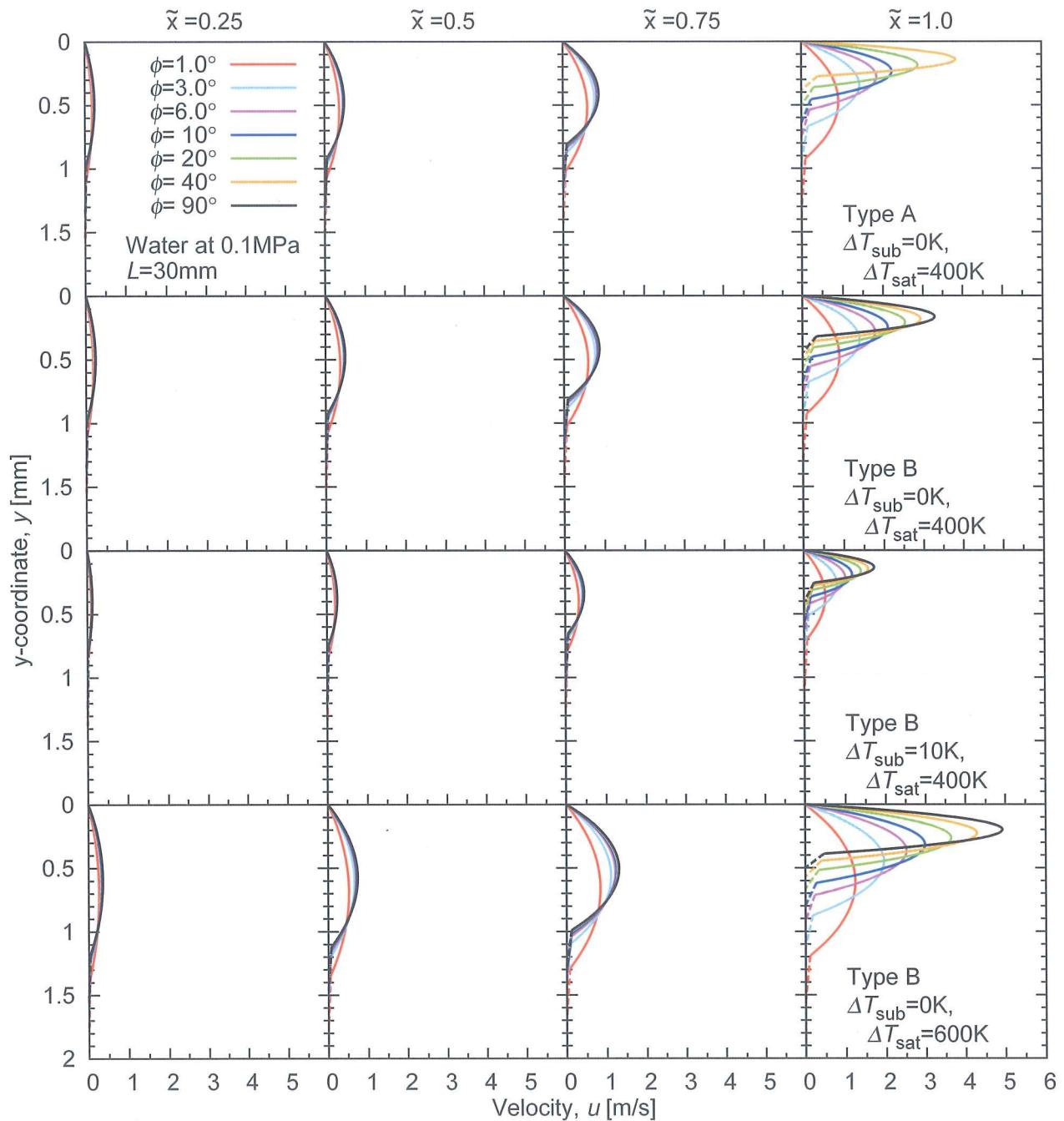


Fig. 6 Velocity profiles

3.2 標準化された無次元蒸気膜厚さ

Fig. 4に標準化された無次元蒸気膜厚さ $\tilde{\delta}/\tilde{\delta}_0$ の分布の例を示す。Type Aにおいて気液界面の傾斜角が90°のとき、伝熱面端部での蒸気速度が無限大になるためType Bを選ぶ。Fig. 4から、標準化された蒸気膜厚さは傾斜角が90°のとき最小となり、平板の半幅、伝熱面過熱度および液体サブクール度の条件に関わらず1本の曲線で近似できることがわかる。

Fig. 5はType Bにおいて $L = 30$ mm, $\Delta T_{\text{sub}} = 30$ Kおよび $\Delta T_{\text{sat}} = 600$ Kのときの標準化された無次元蒸気膜厚さの解析結果を相関した一例である。相関には次式を使用した。

$$\Psi(\tilde{x}) = \left[1 - \left(\frac{\tilde{x}}{n_1} \right)^{n_2} \right]^{n_3} \quad (61)$$

ここで、 $n_1 = \sqrt{1.01}$, $n_2 = 2.000000$, $n_3 = 0.244200$ と設定した。Fig. 5から式(61)は理論解析から得た標準化された無次元蒸気膜厚さをよく相関することができる。 $\tilde{x} = 1.0$ においても妥当な範囲で一致する。したがって、伝熱面中心の無次元蒸気膜厚さ $\tilde{\delta}_0$ を与えるれば実用的な範囲で蒸気膜厚さの分布が得られる。この結果は解析における数値計算を軽減することができる。

3.3 速度プロファイル

Fig. 6に $\tilde{x} = 0.25$, 0.5, 0.75および1.0における蒸気と液体の速度プロファイルの例を示す。実線および破線はそれぞれ蒸気の速度プロファイルと液体の速度プロファイルを示している。Type Aにおいて気液界面の傾斜角が90°のときは、伝熱面端部での蒸気速度が無限大になるため図から省略している。 $\Delta T_{\text{sub}} = 0$ Kおよび $\Delta T_{\text{sat}} = 400$ Kのとき、Type AおよびType Bの速度プロファイルは $\tilde{x} = 0.25$, 0.5および0.75で一致する。 $\tilde{x} = 1.0$ ではType Aの蒸気と液体の速度はType Bのそれと比べて大きくなるが、蒸気膜厚さと液体境界層厚さは薄くなる。 $\Delta T_{\text{sub}} = 10$ Kのときの蒸気速度と蒸気膜厚さは、 $\Delta T_{\text{sub}} = 0$ Kのときと比べて、蒸発が抑制され蒸気の流量が減少するため小さくなる。また、 $\Delta T_{\text{sat}} = 600$ Kのときの蒸気速度と蒸気膜厚さは、 $\Delta T_{\text{sat}} = 400$ Kのときと比べて、蒸発が促進され蒸気の流量が増加するため大きくなる。気液界面の傾斜角は $\phi = 1.0^\circ$ の場合を除き $\tilde{x} = 0.25$, 0.5および0.75において速度プロファイルにほぼ影響を及ぼさない。 $\tilde{x} = 1.0$ では傾斜角の影響が顕著になり、傾斜角が90°に近づくほど蒸気と液体の速度は増加し蒸気膜厚さと液体境界層の厚さは減少する。蒸気速度と蒸気膜厚さは、伝熱面過熱度および液体サブクール度の大きさによって変化する気液界面での蒸発量に従って変化する。

Fig. 7は伝熱面端部における気液界面の傾斜角に対する伝熱面端部での最大蒸気速度と蒸気膜厚さの

変化の例を示したものである。伝熱面の半幅が増加した場合、気液界面での蒸気の生成量が増加するため、最大蒸気速度および蒸気膜厚さが増加する。また、液体サブクール度が増加した場合もしくは伝熱面過熱度が減少した場合、気液界面での蒸気の生成量が減少するため、最大蒸気速度および蒸気膜厚さは減少する。本解析範囲において伝熱面端部での気液界面の傾斜角が90°のとき蒸気速度が最大となり、蒸気膜厚さは最小となることがわかる。

伝熱面端部での気液界面の傾斜角を変化させる境界条件を用いた本解析結果から、伝熱面端部での蒸気膜厚さおよび蒸気速度を推定することが可能となった。これらの結果は、伝熱面端部での蒸気の流出条件を変化させ蒸気流れの挙動を解明する実験を計画するときに有用な知見となる。

3.4 平均ヌッセルト数

Fig. 8は平均ヌッセルト数と気液界面の傾斜角との関係を示している。平均ヌッセルト数は気液界面の傾斜角が90°のとき最大となり、10°から90°の範囲で傾斜角の影響をほとんど受けない。しかし、傾斜角が10°以下の場合、平均ヌッセルト数は傾斜角が0°に近づくほど急に減少し、0°のとき0となる。また、境界条件がType AかType Bであるかに関わらず平均ヌッセルト数の大きさにほぼ差がない。

伝熱面端部での気液界面の傾斜角を変化させる境界条件を用いた本解析結果から、気液界面の傾斜角が10°から90°の範囲で平均ヌッセルト数はほぼ変化しないことが明らかになった。この結果は、伝熱面端部での蒸気の流出条件を変化させ蒸気流れの挙動を解明する実験を計画するときに有用な知見となる。

4. 銀製垂直円柱まわりの膜沸騰下限界点への本解析の適用

冷却過程における膜沸騰下限界点に関して、従来の実験的研究では蒸気膜が崩壊するときの現象観察および温度計測がなされるだけであった。蒸気膜崩壊の機構を考察するためには、その要因と考えられる蒸気膜厚さ、蒸気速度および蒸気の質量流量を定量的に推定する必要がある。

有限長の垂直円柱まわりの膜沸騰において、蒸気膜崩壊点は円柱の形状に依存することが報告されている¹²⁾。水平の底面と上面を有する長さおよび直径が32 mmの銀製垂直円柱まわりの膜沸騰に関しては、蒸気膜は水平の底面の角から崩壊することが観察されている。銀の放射率が低いことおよび蒸気膜崩壊温度付近で放射伝熱の影響が少ないことを考慮し、長さおよび直径が32 mmの銀製垂直円柱を用いた膜沸騰実験から得られたサブクール膜沸騰下限界点での円柱温度に本解析を適用することを試みる。

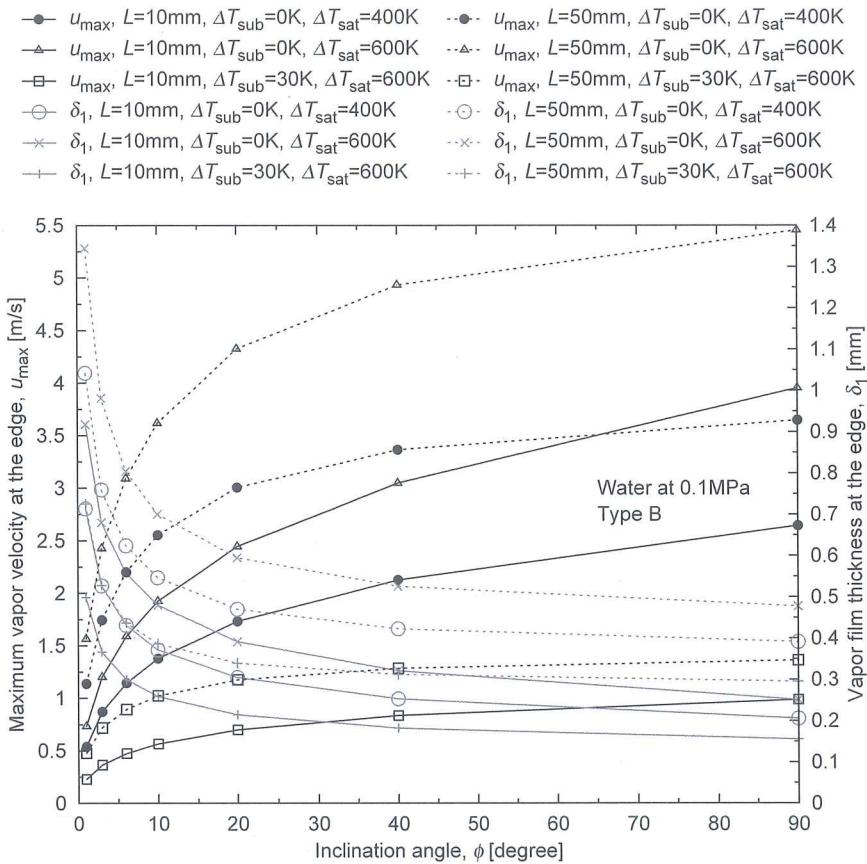


Fig. 7 Maximum vapor velocity and vapor film thickness at the edge

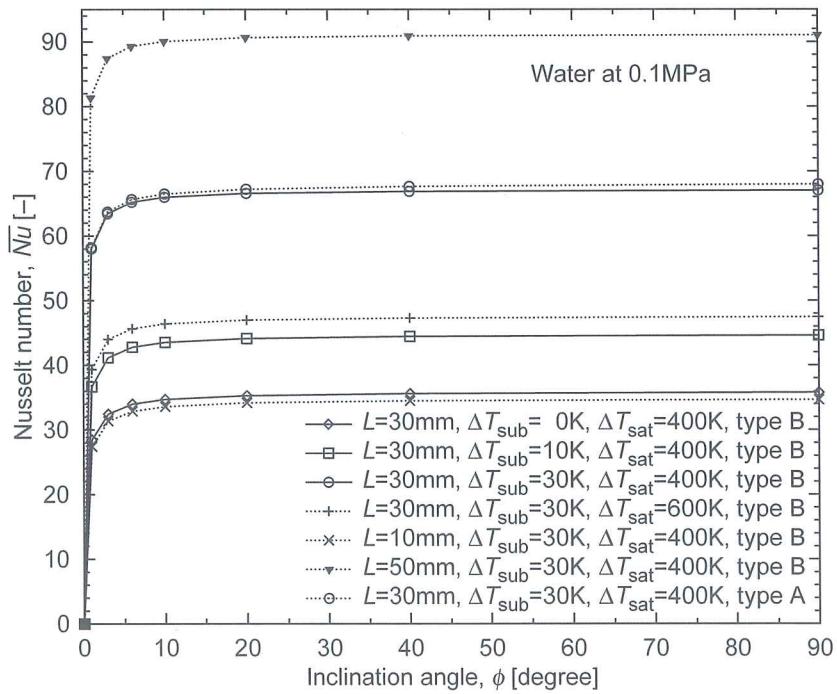


Fig. 8 Variations in Nusselt number

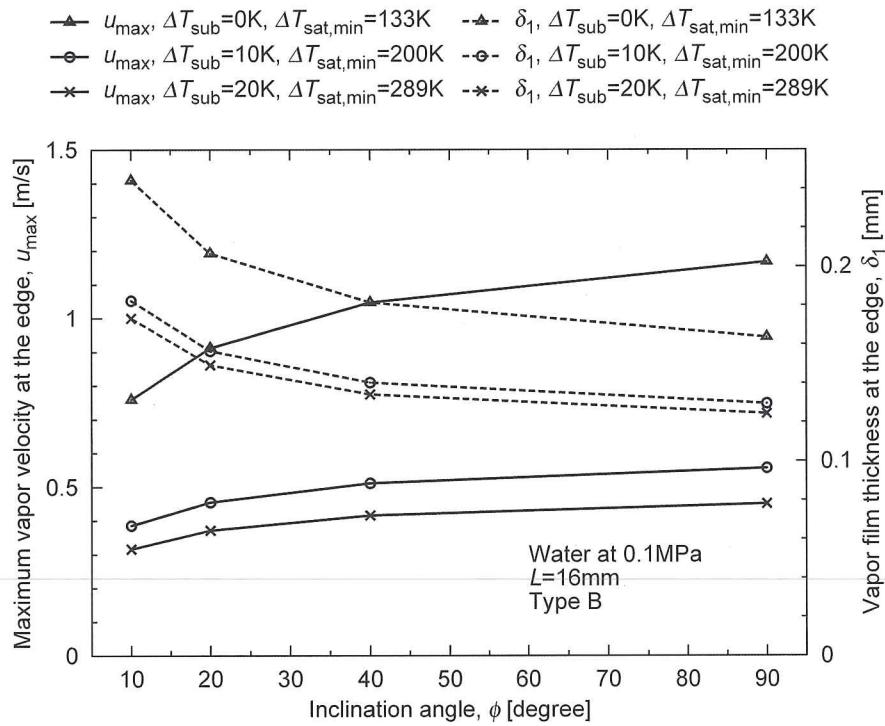


Fig. 9 Variation in maximum vapor velocity and vapor film thickness at the edge

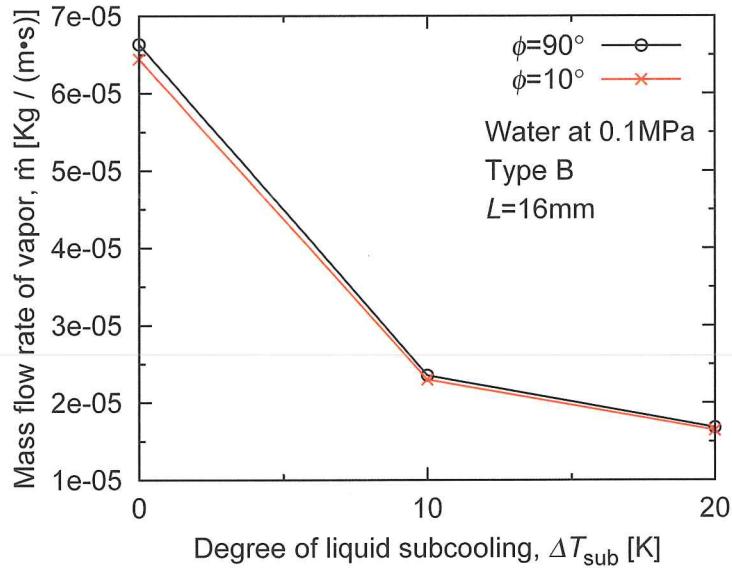


Fig. 10 Variation in mass flow rate at the edge

長さおよび直径が32 mmの銀製垂直円柱の膜沸騰下限界点における伝熱面過熱度は相関関数¹²⁾を用いて $\Delta T_{sub} = 0\text{ K}$, 10 K および 20 K のときそれぞれ $\Delta T_{sat,min} = 133\text{ K}$, 200 K および 289 K と計算される。長さおよび直径が32 mmの銀製垂直円柱に関する非定常熱伝導解析から、円柱中心と底面との温度差はおよそ 1 K であったため、円柱中心と底面の温度は等しいと仮定する。本解析を適用するにあたり、垂直

円柱の半径を伝熱面半幅に置き換える必要がある。

Fig. 9は長さおよび直径が32 mmの銀製垂直円柱に関して膜沸騰下限界点と一致する温度を本解析に適用したときの、伝熱面端部における最大蒸気速度と蒸気膜厚さの変化を示したものである。平均ヌッセルト数の考察結果から、Type Bを選択し気液界面の傾斜角を 10° から 90° に設定した。図中の実線と破線はそれぞれ伝熱面端部における蒸気膜内の最大

蒸気速度および蒸気膜厚さを示している。伝熱面端部における最大蒸気速度は液体サブクール度が0 Kのとき0.76 m/sから1.17 m/sとなる。また、液体サブクール度が20 Kのとき0.32 m/sから0.45 m/sとなる。同じ傾斜角の場合の液体サブクール度に対する最大蒸気速度を見ると、液体サブクール度の最大蒸気速度への影響は、液体サブクールが大きくなるほど小さくなり、液体サブクール度が0 Kと10 Kのときの最大蒸気速度の差と比べて10 Kと20 Kのときの差は小さいことが分かる。伝熱面端部における蒸気膜厚さは0 Kのとき0.16 mmから0.24 mmとなる。また、液体サブクール度が20 Kのとき0.12 mmから0.17 mmとなる。最大蒸気速度の差と同様に、液体サブクール度の伝熱面端部における蒸気膜厚さへの影響は、液体サブクールが大きくなるほど小さくなることが分かる。

これらの結果から、傾斜角が90°の場合、伝熱面端部における蒸気膜厚さは $\Delta T_{\text{sub}} = 20 \text{ K}$ のときに最小値を取り、蒸気速度は飽和温度のときに最大値を取ることが明らかになった。

Fig. 10は長さおよび直径が32 mmの銀製垂直円柱に関して膜沸騰下限界点と一致する温度を本解析に適用したときの、伝熱面端部における蒸気の質量流量を示したものである。気液界面の傾斜角が10°における蒸気の質量流量は、液体サブクール度が0 Kのときと比べて、液体サブクール度が10 Kおよび20 Kのときそれぞれ36 %および26 %に減少する。しかし、伝熱面端部における蒸気の質量流量は気液界面の傾斜角に依存しない。その理由は、液体サブクール度が増加もしくは伝熱面過熱度が減少するほど全体の蒸気膜厚さが薄くなることに加え、伝熱面端部での蒸気膜厚さがさらに薄くなるためであると考えられる。

本解析範囲における結果から、伝熱面端部における蒸気の質量流量は、気液界面の傾斜角が10°から90°の範囲で傾斜角の影響をほぼ受けないことが明らかになった。

5. おわりに

伝熱面端部における蒸気膜厚さ、蒸気速度、蒸気の質量流量および伝熱面平均のヌッセルト数に関する解析結果の信頼性と実用性を調査した。本研究の目的は、沸騰の現象観察と伝熱量の計測を主とした従来からの実験的研究では明らかにされていない伝熱面端部における蒸気の流出条件を明らかにすることであった。本解析においては、二相境界層理論を適用し、合理的に蒸気膜内と液体境界層内における蒸気と液体の速度プロファイルと温度プロファイルを設定し蒸気流れ方向に沿った蒸気膜厚さの変化を決

定できる境界層積分法を採用した。理論解析の計算においては、伝熱面端部における気液界面の傾斜角度を0°から90°の範囲で変化させた。重要な知見は以下のとおりであった。

- 1) 気液界面の傾斜角がおよそ90°のとき、伝熱面中心の蒸気膜厚さで標準化された無次元蒸気膜厚さの分布は、平板の半幅、伝熱面過熱度および液体サブクール度の条件に関わらずおよそ1本の曲線で近似できる。
- 2) 気液界面の傾斜角が10°から90°のとき、平均ヌッセルト数は傾斜角の影響をほぼ受けない。
- 3) 長さおよび直径が32 mmの銀製垂直円柱まわりの膜沸騰実験から得られた膜沸騰下限界点に一致する円柱温度を本解析に適用したとき、円柱底面端部の蒸気膜内を流れる蒸気の質量流量は、気液界面の傾斜角に影響を受けない。

参考文献：

- 1) 山田たかし、茂地徹、桃木悟、金丸邦康、山口朝彦：有限長の垂直円柱まわりの膜沸騰熱伝達、日本機械学会論文集B編, 70(695), pp. 1762–1768, 2004.
- 2) 山田たかし、茂地徹、桃木悟、金丸邦康、山口朝彦：有限長の垂直円柱まわりのサブクール膜沸騰熱伝達、日本機械学会論文集B編, 73(732), pp. 1715–1722, 2007.
- 3) Yamada T., Toyoda K., Shigechi T., Momoki S., Kanemaru K. and Yamaguchi T. : Film Boiling Heat Transfer around a Vertical Finite-Length Cylinder with a Convex Hemispherical Bottom, Heat Transfer-Asian Research, 39, 3, pp. 166–177, 2010.
- 4) 山田たかし、茂地徹、桃木悟、金丸邦康、山口朝彦：有限の下向き水平面の膜沸騰熱伝達に及ぼす液体サブクール度の影響、日本機械学会論文集B編 64(628), pp. 4159–4165, 1998.
- 5) Kolev, N. I. : Film Boiling on Vertical Plate and Spheres, Experimental Thermal and Fluid Science, 18, 2, pp. 97–115, 1998.
- 6) Tso, C. P., Low, H. G. and Ng, S. M. : Pool Film Boiling from Sphere to Saturated and Subcooled Liquids of Freon-12 and Freon-22, Int. J. Heat and Flow, 11, 2, pp. 154–159, 1990.
- 7) Barron, R. F. and Dergham, A. R. : Film Boiling to a Plate Facing Downward, Advanced in Cryogenics, 33, pp. 355–362, 1987.
- 8) 茂地徹、山田たかし、金丸邦康：有限の下向き水平面から飽和液体への膜沸騰熱伝達（続報、伝熱面端部の境界条件および速度と温度のプロファイルが対流熱伝達に及ぼす影響）、長崎大学工学部研究報告, 22(39), pp. 109–114, 1992.
- 9) Shigechi, T., Kawae, N., Tokita, Y. and Yamada, T. : Film Boiling Heat Transfer from a Horizontal Circular Plate Facing Downward, JSME International Journal, Series II, 32, 4, pp. 646–651, 1989.
- 10) Shigechi, T., Kawae, N., Kanamaru, K. and Yamada, T. : Film Boiling Heat Transfer from a Finite-Size Horizontal Plate Facing Downward, Heat Transfer Japanese Research, 18, 6, pp. 66–78, 1989.
- 11) 西尾茂文、姫路裕二、Dhir V. K. : 自然対流膜沸騰熱伝達に関する研究 第2報 水平下向き平面における膜沸騰、日本機械学会論文集B編, 57(536), pp. 1359–1364, 1991.
- 12) Momoki, S., Handa, S., Yamaguchi, T., Shigechi, T., Yamada, T. and Toyoda, K. : Effects of Bottom and Top Configurations of a Vertical Finite-Length Cylinder on the Lower Limit of Film Boiling, Proceedings of the Third International Forum on Heat Transfer, IFHT2012-127, 2012.

(2018.12.7受付)

AN ANALYSIS ON SUBCOOLED FILM BOILING FROM A FINITE-SIZE HORIZONTAL
DOWNWARD-FACING SURFACE
- CONSIDERATION ON THE BOUNDARY CONDITION AT THE PLATE EDGE -

Kaoru TOYODA and Shintaro MURAKAMI

ABSTRACT: We investigate the reliability and practicality of the analytical results obtained for the vapor film thickness, vapor velocity, mass flow rate of vapor at the plate edge, and the Nusselt number averaged over the surface of a finite-size horizontal downward-facing plate. The goal is to clarify the conditions of vapor outflow at the plate edge as these have not been elucidated in previous experimental studies, which focused on the measurement of heat transfer and the observation of phenomena of boiling. For analysis, we adopt the two-phase boundary layer theory and an integral method, which can determine the variation of vapor film thickness in the direction of vapor flow by reasonably assuming the profiles of velocity and temperature in the vapor film and liquid boundary layer. The inclination angle of the vapor–liquid interface at the plate edge is varied ranging from 0 to 90 degrees. The results provide a useful guide to future research into observing the conditions of vapor outflow in detail and measuring vapor velocity at the plate edge.

Key Words : *Film boiling, Finite-size horizontal downward-facing surface, Vapor film thickness, Inclination angle of the vapor–liquid interface, Two-phase boundary layer theory, Integral method*