Firefly Algorithmの性能評価

伊藤稔[1]

要旨：Firefly Algorithm(FA)はホタルの点滅光によるホタルの移動メカニズムをヒントとする比較的新しいメタヒューリスティクス(Metaheuristics)の1つである．FAは同じメタヒューリスティクスの一種であるParticle Swarm Optimization(PSO)と比較して多峰性関数において優れた解探索性能を持つことが示されている．本報告では，FAの基本的な解探索性能をPSOを比較対象として数値実験を行いその探索性能を評価する．また，FAの次元数に対するロバスト性も合わせて評価する．

キーワード：Firefly Algorithm, メタヒューリスティクス, 最適化

1. はじめに

工学的な問題の多くは，与えられた制約条件を満足するよう関数の値を最小化あるいは最大化する最適化問題として定式化される．近年，このような最適化問題は大規模化・複雑化しており，厳密な最適解を求めることが難しくなっている．このようなことから，実用的な計算時間で必要十分な精度を持つ解を効果的に求めることが可能なメタヒューリスティクスと呼ばれる手法に多くの注目が集まっている[?]．代表的なメタヒューリスティクスのアルゴリズムとして，生物の環境への適応過程をモデルとする遺伝的アルゴリズム (Genetic Algorithm, GA)[?]，鳥や魚など群行動を行う生物の振る舞いをモデルとする粒子群最適化 (Particle Swarm Optimization, PSO)[?]，アリの採餌行動をモデルとするAnt Colony Optimization (ACO)[?]などがある．現在，このメタヒューリスティクスに関する研究は多くの研究者により行われており，各アルゴリズムの改良や理論解析，実問題への応用，新しいアルゴリズムの開発など盛んに行われている．

このような背景のもと，ホタルの点滅光によるホタルの移動メカニズムに着想を得た新しいメタヒューリスティクスのアルゴリズムとして，2008年，YangによりFirefly Algorithm (FA)が提案され大きな注目を集めている[?]．FAはPSOなどの従来法と比較し，多峰性の性質を持つ最適化問題において優れた解探索性能を持つことが報告されている[?]．

本報告では，FAの基本的な解探索性能をFAと同じメタヒューリスティクスの一種であるPSOを比較対象として数値実験を行い，その探索性能を評価する．数値実験では，性質の異なる4種類の関数値最小化問題を用いる．また，次元数を200次元まで大きくし，FAの次元数に対するロバスト性も評価する．

1 舞鶴工業高等専門学校 電子制御工学科 准教授

2. FAの概要

```
Set firefly algorithm parameters
Initialize a population of fireflies
Set generation counter t = 0
while (t < t_max) do
  Update α(t) using (4)
  Evaluate the fireflies
  Light intensity I_i at x_i is determined by f(x_i)
  Rank the fireflies and find the current global best
  for i = 1 to NP do
    for j = 1 to NP do
      Calculate β using (2)
      if (I_i > I_j) then
        Move firefly i toward j using (1)
        Evaluate new firefly and update light intensity
        if (I_i^new > I_i^old) then
          Replace old firefly with new firefly
        end if
      end if
    end for j
  end for i
end while
```

Fig. 1 Pseudo code of firefly algorithm

FAの標準的なアルゴリズムについて説明する．FAはホタルの点滅光によるホタルの移動メカニズムをモデルとする解探索手法である．FAのアルゴリズムは以下の3種類の規則にしたがい動作する．(1)各ホタルには性別がないため，ホタルは他のホタルに引きよせられる．(2)ホタルの魅力はホタルの

明るさに比例する．2匹の点滅するホタルでは，明るさの弱いホタルが強いホタルに向かい移動する．ホタルの魅力は明るさに比例しており，ホタル間の距離の増加に伴い減少する．(3) ホタルの明るさは目的関数の値により定義される．

これらの3つの規則にもとづいたFAの基本的な処理手順をFig. 1に示す．この処理手順は，D次元の探索空間において目的間数$f(\boldsymbol{x})$の値を最小とする設計変数$\boldsymbol{x}$を求める関数値最小化問題にFAを適用する場合の処理手順である．

FAはNP個のホタルで構成される個体群で構成されており，ホタル$i(i=1,2,\cdots,NP)$の明るさI_iは目的関数$f(\boldsymbol{x}_i)$の値に応じて定義される．上記した疑似コードでは明るさI_iとして目的関数$f(\boldsymbol{x_i})$の値を用いており，小さいほど優れた解である．各ホタルの位置$x_{i,d}=(x_{i,1},x_{i,2},\cdots,x_{i,D})$は乱数を用い，問題に応じた上限値$x^{max}$と下限値$x^{min}$の範囲内にランダムに生成される．各ホタルは自分自身より明るいホタル(評価値の高い良い解)に引き寄せられる．ホタルiがホタルjに向かい移動する更新式は次式で定義される．

$$\boldsymbol{x}_i(t+1)=\boldsymbol{x}_i(t)+\beta(\boldsymbol{x}_j(t)-\boldsymbol{x}_i(t))+\alpha(t)(\mathrm{rand}-0.5)L \tag{1}$$

式(1)の右辺第2項は，ホタルjがホタルiを引きつける力を表しており，引きつける魅力の強さβは次式で定義される．

$$\beta=(\beta_0-\beta_{min})e^{-\gamma r_{ij}^2}+\beta_{min} \tag{2}$$

β_0は$r_{ij}=0$における魅力の強さを表している．β_{min}はβの最小値である．γはFAの収束速度を決定する重要なパラメータである．式(2)より明らかなように，魅力の強さはホタルiとjの間のユークリッド距離に依存し変化する．

$$r_{ij}=||x_i-x_j||=\sqrt{\sum_{d=1}^{D}(x_{i,d}-x_{j,d})^2} \tag{3}$$

式(1)の右辺第3項は，$\alpha(t)$によるランダム化を表しており，$\alpha(t)$は以下の式で定義される．

$$\alpha(t)=\alpha_0\left(\frac{10^{-4}}{0.9}\right)^{t/t_{max}} \tag{4}$$

randは$[0,1]$の一様乱数である．Lは探索空間の平均規模に設定されるパラメータで以下の式で定義される．

$$L=\frac{|x^{max}-x^{min}|}{2} \tag{5}$$

式(1)で生成された新しいホタルの各位置成分が，上限値x^{max}と下限値x^{min}の範囲外に生成された場合は以下の定義に従う．

$$x_{i,d}(t+1)=\begin{cases} x^{max} & (\text{if } x_{i,d}(t+1)\geq x^{max}) \\ x^{min} & (\text{if } x_{i,d}(t+1)\leq x^{min}) \end{cases} \tag{6}$$

3. 数値実験

FAの性能評価のため4種類の関数値最小化問題を用いる[7)]．Table 1に数値実験で用いるテスト関数とその定義域を示す．F_1はSphere関数と呼ばれる単峰性の関数である．F_2はRosenbrock関数と呼ばれる単峰性で設計変数間に依存関係の関数である．F_3はRastrigin関数と呼ばれる多峰性の関数である．F_4はGriewank関数と呼ばれる多峰性で設計変数間に依存関係のある関数である．各テスト関数の次元数D(設計変数の数)は10次元，50次元，100次元，150次元，200次元とする．FAの性能評価のための比較対象としてFAと類似したメタヒューリスティクスの1つであるPSOを用いる．PSOのアルゴリズムは一般的なLDIWMを用いる．PSOの更新式とLDIWMの詳細については文献[1)]などを参照されたし．

Table 1　Test functions

$$F_1(x_i)=\sum_{i=1}^{D}x_i^2$$
$$(-100.0\leq x_i\leq 100.0)$$
$$F_2(x_i)=\sum_{i=1}^{D-1}\{100(x_{i+1}-x_i)^2+(x_i-1.0)^2\}$$
$$(-30.0\leq x_i\leq 30.0)$$
$$F_3(x_i)=\sum_{i=1}^{D}\{x_i^2-10\cos(2\pi x_i)+10\}$$
$$(-100.0\leq x_i\leq 100.0)$$
$$F_4(x_i)=\frac{1}{4000}\sum_{i=1}^{D}x_i^2-\prod_{i=1}^{D}\cos(\frac{x_i}{\sqrt{i}})-1$$
$$(-600.0\leq x_i\leq 600.0)$$

Table 2　Parameter setting

Parameter	FA	PSO
NP	40	40
t_{max}	100	2000
Number of trials	100	100
α_0	0.5	–
β_{min}	0.2	–
β_0	1.0	–
γ	1.0	–
w	–	$0.9\rightarrow 0.4$
c_1	–	2.0
c_2	–	2.0

FAとPSOのパラメータ設定をTable 2に示す．各

Table 3 Numerical results

		$D=10$	$D=50$	$D=100$	$D=150$	$D=200$
F_1						
FA	Average	3.06463E-05	1.79517E-03	**1.01754E-02**	**2.70908E-02**	**5.14875E-02**
	Best	1.66812E-05	1.40138E-03	**8.22349E-03**	**2.29536E-02**	**4.35312E-02**
	Worst	4.90420E-05	**2.44873E-03**	**1.21151E-02**	**3.19268E-02**	**6.28884E-02**
PSO	Average	**0.00000E+00**	**1.74810E-03**	1.12336E+02	2.52764E+03	1.13167E+04
	Best	**0.00000E+00**	**1.55005E-04**	2.72983E+01	1.37586E+03	6.84473E+03
	Worst	**0.00000E+00**	9.98044E-03	3.34870E+02	4.67550E+03	1.76731E+04
F_2						
		$D=10$	$D=50$	$D=100$	$D=150$	$D=200$
FA	Average	**4.49348E+00**	**6.82493E+01**	**1.52239E+02**	**2.26765E+02**	**2.83472E+02**
	Best	6.19132E-01	**4.58847E+01**	**9.60551E+01**	**1.45192E+02**	**1.95561E+02**
	Worst	**1.12797E+02**	**3.75660E+02**	**1.16954E+03**	**1.54010E+03**	**1.26214E+03**
PSO	Average	6.68085E+00	3.31949E+02	6.86464E+04	2.58665E+06	1.41804E+07
	Best	**1.00563E-04**	6.64178E+01	1.55803E+04	6.74590E+05	6.17379E+06
	Worst	1.14912E+02	5.63003E+03	2.62817E+05	6.40416E+06	2.59943E+07
F_3						
		$D=10$	$D=50$	$D=100$	$D=150$	$D=200$
FA	Average	1.87172E+01	2.55474E+02	**4.70899E+02**	**6.26962E+02**	**7.13423E+02**
	Best	2.16207E+00	**1.87412E+01**	**5.50496E+01**	**1.18316E+02**	**1.82484E+02**
	Worst	2.97753E+01	3.35053E+02	**7.90899E+02**	**1.27017E+03**	**1.78864E+03**
PSO	Average	**3.09497E+00**	**1.63353E+02**	1.16602E+03	4.69139E+03	1.35949E+04
	Best	**0.00000E+00**	9.70540E+01	7.29293E+02	3.17995E+03	8.99311E+03
	Worst	**9.94959E+00**	**2.58539E+02**	2.24876E+03	7.37261E+03	2.02768E+04
F_4						
		$D=10$	$D=50$	$D=100$	$D=150$	$D=200$
FA	Average	3.31585E-07	**9.91259E-06**	**2.51535E-05**	**4.17281E-05**	**5.93408E-05**
	Best	1.31200E-07	7.71300E-06	**2.04636E-05**	**3.62423E-05**	**5.16368E-05**
	Worst	4.76400E-07	**1.25281E-05**	**2.87009E-05**	**4.99274E-05**	**7.09468E-05**
PSO	Average	**0.00000E+00**	2.18674E-05	9.85626E-01	2.46467E+01	1.01983E+02
	Best	**0.00000E+00**	**1.13500E-06**	2.52156E-01	1.03753E+01	6.54206E+01
	Worst	**0.00000E+00**	1.92445E-04	5.28201E+00	4.46247E+01	1.56033E+02

パラメータの設定については先行研究で用いられているパラメータを参考にし，特別なチューニングは行っていない．最大世代数t_{max}がFAとPSOで大きく異なるのは，目的関数の評価計算回数を同程度に揃えているためである．今回の数値実験における関数評価計算回数はPSOで80,000回，FAでは最大80,000回程度である．FAでは，I_iとI_jの比較の結果ホタルの位置が更新される．このため，解探索の状況により1世代あたりの関数評価計算回数が一定ではない．本報告では評価計算回数ベースの比較を行っていないため，最大評価計算回数がPSOでの評価計算回数を超えない程度に世代数を設定している．

各テスト関数において，初期値を変えて100試行行ったとき最終的に得られた最良解の目的関数値の平均値(Average)，最良値(Best)，最悪値(Worst)をまとめたものをTable 3に示す．表中の太字で示した値がもっとも良い場合を表している．

まず，比較対象であるPSOの結果に注目する．PSOでは次元数Dの小さい場合では，比較的，優れた解探索が行えていることが確認できる．しかし，次元数が大きくなるにつれて解探索性能が低下する傾向が確認できる．特に，単峰性であるが設計変数間に依存関係を持つF_2や設計変数間に依存関係のない多峰性関数のF_3では，解探索性能が著しく低下しているのが確認できる．また，比較的簡単に最適解を発見することができると予想される，単峰性で設計変数間に依存関係のないF_1においても，次元数を大きくしていくと解探索性能の低下が確認できる．さらに，F_4は設計変数間に依存関係を持つ多峰性関数であるが，大域的には単峰性関数の性質を持つため，多峰性であるが比較的簡単に最適解を発見することが可能な関数である．この関数においても次元数を大きくしていくと解探索性能の低下が確認できる．

一方，FAの結果に注目すると，低次元の場合にPSOよりも解探索性能が劣っているが，4種類すべての関数において，次元数を大きくした場合では，PSOと比較して解探索性能の大きな低下は確認されない．特に，多峰性関数や設計変数間に依存関係のある関数において，その傾向が顕著である．

このような結果となった理由としては，PSOにおける解の更新では，グローバルベストやパーソナルベストと呼ばれる解探索の過程で発見した最良解へ向かい解探索が進む性質があり局所解に収束しやすい．これに対しFAでは，基本的に2個体のホタル

間での優劣の比較により，解探索の方向が決定される．さらに，式(1)の右辺第3項のようにランダム方向の成分が加えられている．このため，PSOと比較し複数の解を同時に探索する性質を持つと考えられ，多峰性関数でも安定した解探索が行えていると考えられる．

4. おわりに

本報告では，新しいメタヒューリスティクスの1つであるFAの性能評価を行った．数値実験では，4種類の標準的な関数値最小化問題を用いてPSOとの探索性能の比較を行った．実験結果より，FAはPSOと比較し多峰性関数で優れた探索性能を持つことを実験的に確認した．問題の次元数を200次元まで大きくした場合でもPSOと比較し探索性能は大きく低下することはなかった．今後の課題として，FAのパラメータに関する検討や，次元数の増加に対するロバスト性がFAのどのような性質に起因するものなのか，より多くの問題を対象として数値実験を行い明らかにしていく予定である．また，PSO以外のメタヒューリスティクス，差分進化(Differential Evolution, DE)[8)]やArtificial Bee Colony(ABC)[9)]などとの比較も行う予定でもある．

参考文献：

1) 相吉英太郎, 安田恵一郎編著: メタヒューリスティクスと応用, 電気学会, 2007.
2) 電気学会進化技術応用調査専門委員会編: 進化技術ハンドブック 第1巻 基礎編, 近代科学社, 2010.
3) X. S. Yang: Nature-Inspired Metaheuristic Algorithms, Luniver Press, 2008.
4) M. Dorigo: Optimization, Learning and Natural Algorithms, PhD thesis, Politecnico di Milano, Italy, 1992.
5) X. S. Yang: Firefly Algorithms for Mutimodal Optimization, Stochastic Algorithms: Foundations and Applications, SAGA 2009, Lecture Notes in Computer Science, Vol. 5792, pp. 169–178, 2009.
6) J.Kennedy and R.Eberhart: Particle swarm optimization, Proc. of the 1995 IEEE International Conference on Neural Networks, pp.1942–1948, 1995.
7) 相吉英太郎, 岡本卓, 安田恵一郎: 最適化手法の基礎, 森北出版, 2015.
8) R. Storn and K. Price: Differential evolution – a simple and efficient heuristic for global optimization over continuous spaces, Journal of Global Optimization, Vol. 11, pp. 341–359, 1997.
9) D.Karaboga: An idea based on honeybee swarm for numerical optimization, Technical Report TR06, Erciyes University, Engineering Faculty, Computer Engineering Department, 2005.

(2015.11.30受付)

SEARCH PERFORMANCE EVALUATION OF FIREFLY ALGORITHM

Minoru ITO

ABSTRACT : Firefly algorithm is one of the most recent metaheuristics algorithms inspired by the flashing behavior of fireflies. In this paper, we will compare firefly algorithm with another metaheuristic algorithm such as particle swarm optimization. Finally, we will discuss the search performance of firefly algorithm on large-scale optimization problems.

Key Words : *Firefly Algorithm, Metaheuristics, Optimization*